



Didactique des  
mathématiques

Lalina Coulange  
Laboratoire LAB-E3D  
Université Bordeaux

## FORMATION DE FORMATEURS CENTRE ALAIN SAVARY DU 14 ET 15 NOVEMBRE 2022



Analyser une situation de classe en formation d'un point de vue didactique : que nous apprennent les activités (dont langagières) des élèves et les pratiques des enseignants en REP ?

# Quelques questions pour l'étude

## Erreurs, malentendus socio-cognitifs ou socio-scolaires

**60-Naël:** ben cinq fois deux virgule cinq

**92-Lydia :** du coup ben cinq [*Lydia trace des lignes au tableau*]

**93-Elève F :** ça va faire beaucoup deux cent soixante cinq

**94-Lydia:** euh—mais j'ai pas fait deux cent soixante cinq triangles/-----

**95-Elève G :** [*bruit*] elle est sur le périmètre-----

**96-E:** ok---ok---les garçons\

**97-Lydia:** un deux trois quatre cinq – six sept-huit neuf dix-----



# Quelques questions pour l'étude

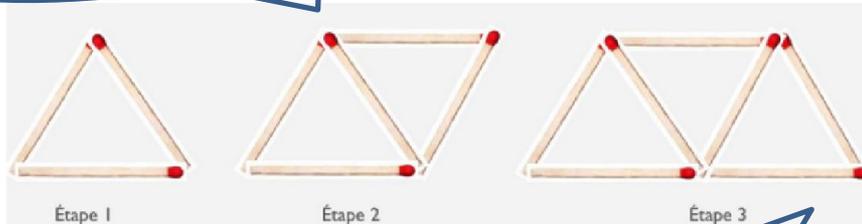
## Aspects langagiers et « Objets de discours »

**88-Lydia:** j'ai fait les triangles puis après quand j'ai fait les triangles

**111-Lydia:** onze parce que ça fait un deux trois quatre cinq six-six sept huit neuf dix onze

**57-Naël:** en fait vous avez dit on fait étape je sais pas quoi et moi j'étais la ben on prend cinq et

**60-Naël:** ben cinq fois deux virgule cinq

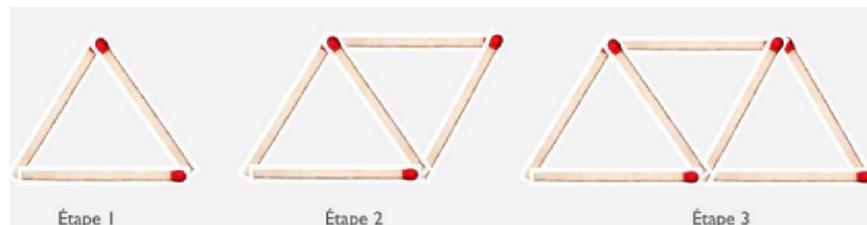


**2-Sofia :** Du coup nous on a pris euh on a pris les tables et on a fait fois deux

**23-Sofia :** fois deux parce que à chaque fois on rajoute deux p'tits triangles deux p'tits bâtons là et

# Quelques questions pour l'étude

## La complexité de la tâche mathématique



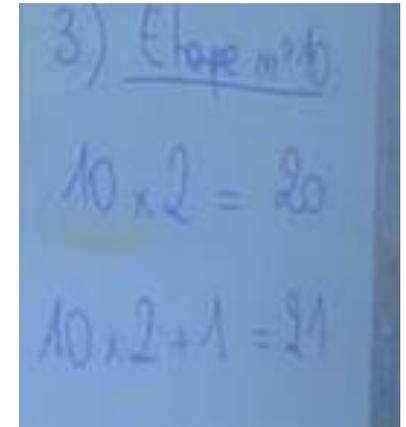
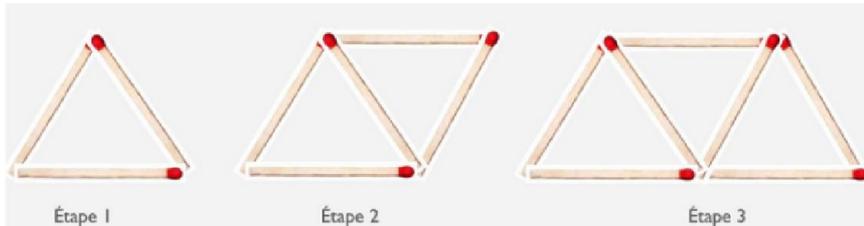
*Alors que ...*

**6-Lydia :** (...) je ne faisais pas trois plus trois plus trois parce que pour faire un triangle on a juste besoin d'une allumette de l'autre triangle – du coup on ajoute plus deux plutôt pas plus trois

**39-Matise :** [*en parlant du résultat 21 allumettes*] il fera plus un parce qu'au début il y a trois allumettes »

# Quelques questions pour l'étude

## Des (re)formulations intermédiaires et alternatives



**44-Matise** : ben si il y a trente il y a trois allumettes au début- à l'étape une il y a trois allumettes et après tu rajoutes un

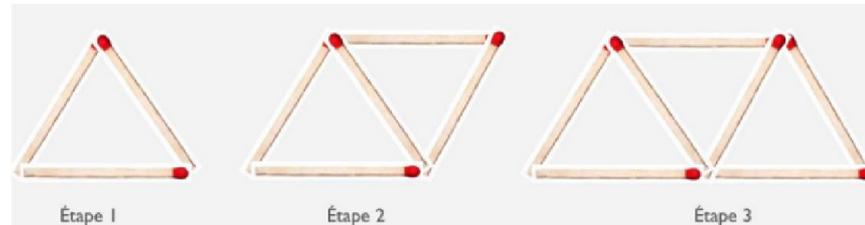
**45-E** : toi tu es entrain de nous dire qu'à l'étape une tu as trois allumettes—et qu'est-ce qui se passerait pour l'étape suivante/

**46-Matise** : et après celle juste \*\*\*prend la première allumette\*\*\*

**47-E**: [E écrit des symboles au tableau] donc en fait tu es entrain de me dire qu'il faudrait faire dix fois deux plus un pour obtenir vingt et une allumettes – et moi qu'est-ce que je fais comment je vérifie-là/

# Retour sur...

## La complexité de la tâche mathématique



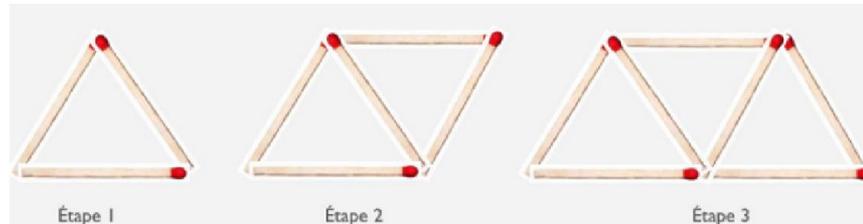
Une tâche plus complexe qu'il n'y paraît

un *nb* « généralisé » d'étapes – d'une étape à l'autre ...

un *nb* « généralisé » de triangles - pour un nombre de triangles fixé ...

# Un point de vue didactique

## La complexité de la tâche mathématique



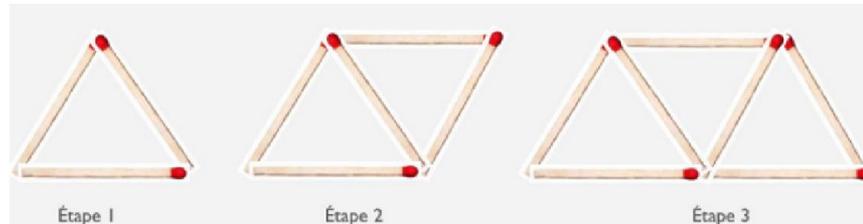
un nb « généralisé » d'étapes – J'ajoute 2 allumettes à chaque étape –  
étape 1 : 1 allumette plus un ajout de 2 allumettes à l'étape 1, 1  
allumette plus un ajout de 2 allumettes, plus un ajout de 2 allumettes  
à l'étape 2 ...

$$1 + 2 ; 1 + 2 + 2 ; 1 + 2 + 2 + 2 \dots$$

$$1 + 2n$$

# Un point de vue didactique

## La complexité de la tâche mathématique



un *nb* « généralisé » de triangles – *J'ai 1 triangle de 3 allumettes ; j'ai 2 triangles de 3 allumettes mais je dois en retirer 1 ; j'ai 3 triangles de 3 allumettes, mais je dois en retirer 2 ...*

$$3 ; 2 \times 3 - 1 ; 3 \times 3 - 2$$

$$3n - (n-1)$$

# Un point de vue didactique

## La complexité de la tâche mathématique



*Et même ...*

*Pour un nb « généralisé » d'étapes :*

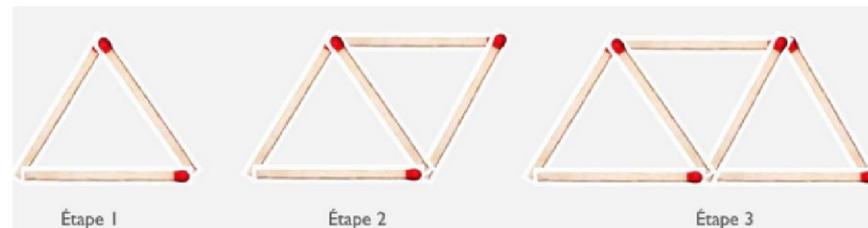
$$3 + 2(n-1)$$

*Pour un nb « généralisé » de triangles :*

*Cas impair :  $3(n+1)/2 + (n-1)/2$       Cas pair :  $3(n/2) + n/2 + 1$*

# Un point de vue didactique

## La complexité de la tâche mathématique



*Bon mais vous allez me dire du point de vue des élèves ?*

« 1 triangle avec 3 allumettes »  « on ajoute 2 allumettes à chaque fois »

Un « *nb généralisé* » de triangles ?

Un « *nb généralisé* » d'étapes ?



Un « *nb généralisé* » tout court ?



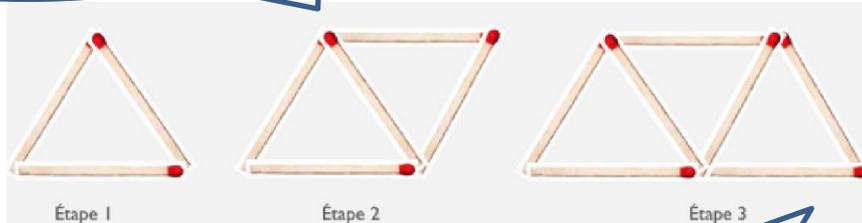
# Aspects langagiers

## Aspects langagiers et « Objets de discours »

**88-Lydia:** j'ai fait les triangles puis après quand j'ai fait les triangles

**111-Lydia:** onze parce que ça fait un deux trois quatre cinq six-six sept huit neuf dix onze

**57-Naël:** en fait vous avez dit on fait étape je sais pas quoi et moi j'étais la ben on prend cinq et



**2-Sofia :** Du coup nous on a pris euh on a pris les tables et on a fait fois deux

**23-Sofia :** fois deux parce que à chaque fois on rajoute deux p'tits triangles deux p'tits bâtons là et

# Erreurs, malentendus

## Erreurs, malentendus socio-cognitifs ou socio-scolaires

**57-Naël:** **en fait vous avez dit on fait étape je sais pas quoi** et moi j'étais la ben on prend cinq et (...)

**60-Naël:** ben cinq fois deux virgule cinq

On a un nombre en entrée (ici, cinq) et on cherche la « boîte noire » qui permet d'obtenir le résultat voulu (ici, onze)

*Multiplier par 2,5 (bon en fait 2,2 mais bon...)*

Un « modèle multiplicatif » prédominant par ailleurs

**8-Lydia :** En fait dès qu'on a fait la deuxième étape [bruit] la deuxième étape ça fait vingt allumettes on fait vingt fois dix ça fait deux cent –de la centième étape- après ::s t'explique j'ai pas fait le dernier

# Erreurs, malentendus

## Erreurs, malentendus socio-cognitifs ou socio-scolaire

Oui mais s'agissant du « modèle multiplicatif », justement ...

**6-Lydia** : (...) je ne faisais pas trois plus trois plus trois parce que pour faire un triangle on a juste besoin d'une allumette de l'autre triangle – du coup on ajoute plus deux plutôt pas plus trois –

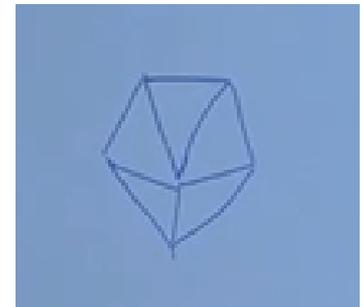
*Pas multiplié par 3, multiplier par 2*

*Et inversement, puis-je trouver une « figure » qui correspondrait à multiplier par 2 le nombre « généralisé » de triangles ?*

**92-Lydia** : du coup ben cinq [*Lydia trace des lignes au tableau*] (...)

**97-Lydia**: un deux trois quatre cinq – six sept-huit neuf dix-----

**2-Lydia** : en fait moi en fait quand je fais ça je trouve dix et vingt



# Difficultés de (re)formulation ?

Erreurs, malentendus socio-cognitifs ou socio-scolaire

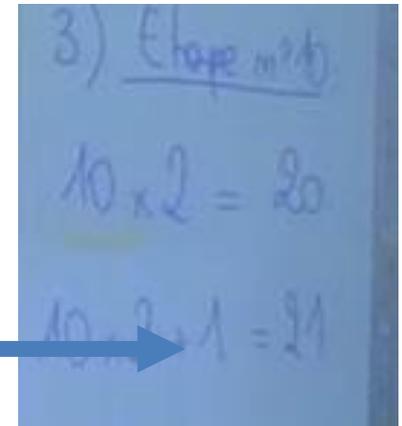
Oui mais s'agissant du « modèle multiplicatif », justement ...

44-Matise : ben si il y a trente il y a trois allumettes au début- à l'étape une il **y a trois allumettes et après tu rajoutes un**

45-E : toi tu es entrain de nous dire qu'à l'étape une tu as trois allumettes—et qu'est-ce qui se passerait pour l'étape suivante/

46-Matise : **et après celle juste \*\*\***prend la première allumette\*\*\*

47-E: [E écrit des symboles au tableau] donc en fait tu es entrain de me dire qu'il faudrait faire **dix fois deux plus un** pour obtenir vingt et une allumettes – et moi qu'est-ce que je fais comment je vérifie-là/

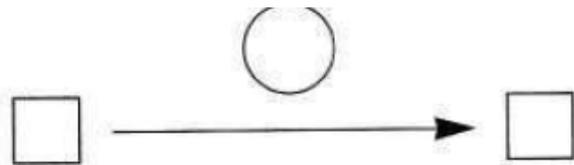


# Savoirs « transparents »

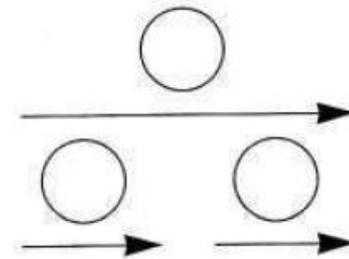
Oui mais s'agissant du « modèle multiplicatif », justement ...

Ajouter « 2 *n fois* »

*Quelle catégorie de problèmes (Vergnaud) ?*



Transformation d'états



Composition  
de transformations

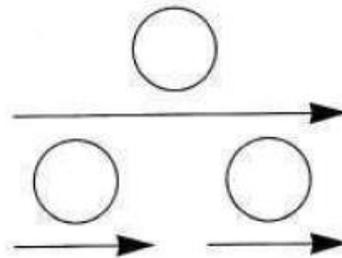
# Savoirs « transparents »

Oui mais s'agissant du « modèle multiplicatif », justement ...

Ajouter «  $2 n$  fois »

Ajouter «  $2$  multiplié par  $n$  »

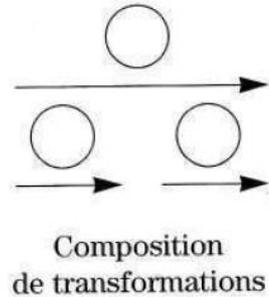
*Quelle catégorie de problèmes (Vergnaud) ?*



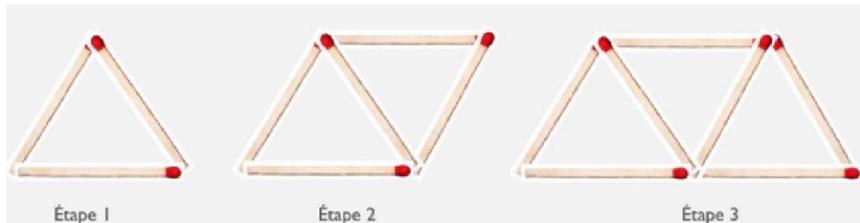
Composition  
de transformations

# Questions de (re)formulations

Ajouter «  $2n$  fois »



Ajouter «  $2$  multiplié par  $n$  »



$$3 + 2$$

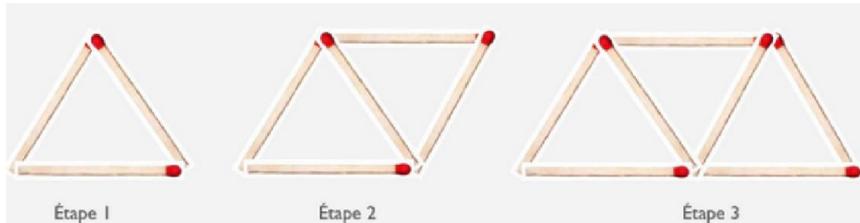
$$1 + 2 + 2$$

$$1 + (2 \times 2)$$

...

J'ai un triangle de 3 allumettes à l'étape 1, mais je peux aussi considérer que j'ai rajouté 2 allumettes à 1 allumette, puis je rajoute 2 nouvelles allumettes à l'étape 2, soit «  $1+2+2$  », soit une allumette plus 2 fois 2 allumettes, puis je rajoute ...

# Formulations intermédiaires et schémas



$$3 + 2$$

$$1 + 2 + 2$$

$$1 + (2 \times 2)$$

...

J'ai un triangle de 3 allumettes à l'étape 1, mais je peux aussi considérer que j'ai rajouté 2 allumettes à 1 allumette, puis je rajoute 2 nouvelles allumettes à l'étape 2, soit « 1+2+2 », soit une allumette plus 2 fois 2 allumettes, puis je rajoute ...

Le rôle du schéma, objet de travail pendant l'entretien : produire le résultat en dénombrant, vérifier un résultat trouvé par le calcul mais ... aussi envisager un « *pattern* » ?

Des discours et des (re)formulations intermédiaires qui accompagnent ce type d'usages

# Un point de vue didactique dans l'accompagnement et la formation

Pas facile, me direz-vous après une telle expérience ?

Oui, cette situation de classe représentait un « petit défi »

Mais « en remontant » à partir des pratiques enseignantes et d'observables de la classe : erreurs et traitements de l'erreur, malentendus socio-cognitifs ou socio-scolaires, formulations et (re)formulations intermédiaire, tâche mathématique et savoirs en jeu ...

On peut se donner des objets de travail d'un point de vue didactique dans l'accompagnement ou la formation